GAZETKA MATEMATYCZNA

OSWG w Warszawie nr 4 2020/21

Zadania z matematyki sprzed 45 lat (1976 r.)

Zadanie 1
W kulę o promieniu R wpisano walec o możliwie największej objętości. Wyznaczyć stosunek objętości kuli do objętości tego walca.

Zadanie 2
Dany jest trójkąt równoramienny *ABC*, w którym |*AC*|=|*BC*|, długość podstawy *AB* równa się i miara kąta *CAB* równa się α. Na bokach *BC* tego trójkąta obrano odpowiednio takie punkty *M* i *N*, że *MN*||*AB* i |*AM*|+|*BN*|=|*MN*|. Obliczyć długość odcinka *MN* i zbadać, dla jakiej wartości α spełniony jest warunek
$$MN = \frac{2}{3}c$$

Zadanie 3
Dane jest równanie z niewiadomą x: $(cos\alpha + 1)x^2 - (2\sqrt{2}cos\alpha)x + 1 = 0$, gdzie $0 < \alpha < \pi$. Dla jakich wartości równanie ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste o jednakowych znakach?

Zadanie 4
Na egzamin przygotowano zestaw 45 pytań, z których zdający losuje 4. Uczeń otrzymuje ocenę bardzo dobrą za poprawną odpowiedź na 4 pytania; ocenę dobrą za poprawną odpowiedź na 3 pytania; a ocenę dostateczną za poprawną odpowiedź na 2 pytania. Jakie jest prawdopodobieństwo uzyskania oceny bardzo dobrej, a jakie oceny co najmniej dostatecznej, jeśli uczeń umie odpowiedzieć na $\frac{2}{3}$ pytań z zestawu?

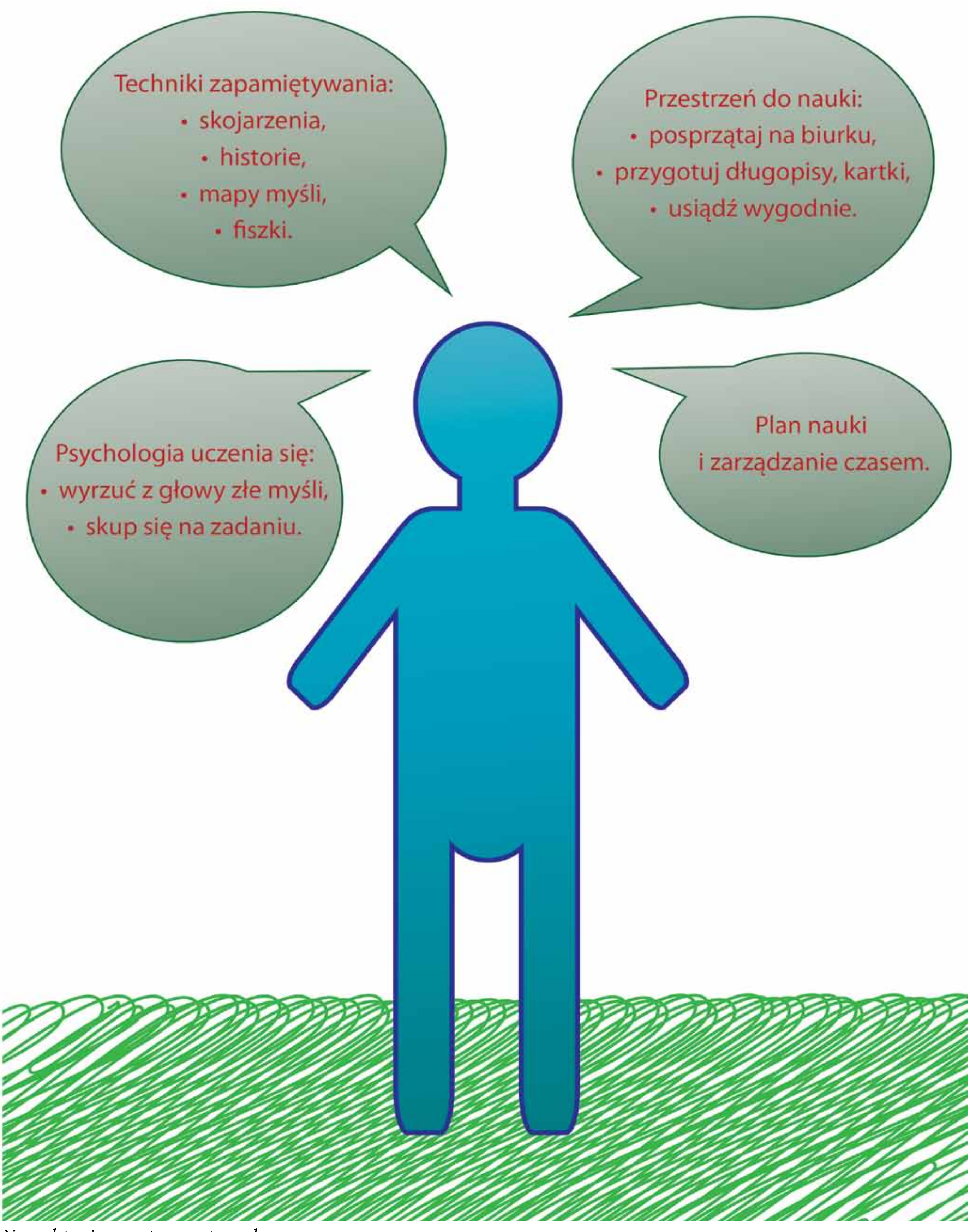
Zadanie 5
Dany jest zbiór trójkątów o wspólnym wierzchołku *A(0,6)*. Boki tych trójkątów przeciwległe wierzchołkowi A zawierają się w prostej o równaniu *y+2=0* i każdy z nich ma długość 4. Napisać równanie krzywej, która jest zbiorem środków okręgów opisanych na tych trójkątach.

źródło: http://www.tomaszgrebski.pl/

Drodzy uczniowie powodzenia na egzaminie maturalnym!

Klucz do efektywnego uczenia się

Zapanuj nad upływającym czasem. Do matury pozostało już tylko parę dni, coraz mniej czasu na powtórki, coraz więcej emocji związanych z egzaminami. Każdy z Was ma już jakiś wypracowany przez siebie sposób uczenia się. Wie, kiedy nauka jest najbardziej efektywna – co działa i co się sprawdza. Na szczęście w efektywnym uczeniu się wiele zależy od nas samych! Sekret tkwi w kilku elementach, które warto zastosować:



Na podstawie www.terazmatura.pl

Matura moich marzeń

Takie zadania chcieliby zobaczyć tegoroczni maturzyści w arkuszu egzaminacyjnym.

Zadanie

Oblicz $3\log_2 4 + \log_9 27$.

$3\log_2 4 + \log_9 27 =$

$= \log_2 4^3 + \log_9 27 =$

$= \log_2 64 + \log_{3^2} 3^3 =$

$= 6 + \frac{3}{2} =$

$= 6 + 1\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$

Zadanie

Rozwiąż równanie: $5\sin x + 2\cos^2 x + 1 = 0$

$2\cos^2 x + 5\sin x + 1 = 0$

$2(1-\sin^2 x) + 5\sin x + 1 = 0$

$2 - 2\sin^2 x + 5\sin x + 1 = 0$

$-2\sin^2 x + 5\sin x + 3 = 0$

$\Delta = 5^2 - 4\cdot(-2)\cdot 3 = 25 + 24 = 49$

$\sqrt{\Delta} = 7$

$\sin_1 x = \frac{-5-7}{2\cdot(-2)} = \frac{-12}{-4} = 3 \notin \langle -1;1\rangle$

$\sin_2 x = \frac{-5+7}{2\cdot(-2)} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} \in \langle -1;1\rangle$

$\sin x = -\frac{1}{2}$

$x \in \left\{\frac{7\pi}{6} + 2k\pi \,;\, \frac{11\pi}{6} + 2k\pi\right\}$

Jakub Pogorzelski

Zadanie

Pole równoległoboku, w którym kąt ostry ma miarę $45°$, a boki mają długości 8cm i 12cm wynosi:

A. $25 cm^2$ B. $48\sqrt{3} cm^2$ C. $48\sqrt{2} cm^2$ D. $24\sqrt{2} cm^2$

$P = a\cdot b\cdot \sin\alpha$

$\sin\alpha = 45°$

$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$P = 12cm\cdot 8cm\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

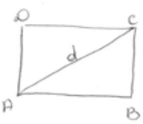
$P = 48\sqrt{2}cm^2$

Odp. C

Zadanie

Oblicz pole kwadratu ABCD, jeśli punkty $A(8;1)$ i $C(2;9)$ należą do przekątnej kwadratu.

$|AC| = \sqrt{(2-8)^2+(9-1)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$



$P = \frac{d^2}{2}$

$P = \frac{|AC|^2}{2}$

$P = \frac{10^2}{2}$ $P = \frac{100}{2}$

$P = 50$

$(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{3} = 6-2\sqrt{12}+2-2\sqrt{3} = 6-2\cdot\sqrt{4\cdot 3}+2-2\sqrt{3} = 6-2\cdot 2\sqrt{3}+2-2\sqrt{3} =$
$= 6-4\sqrt{3}+2-2\sqrt{3} = 8-6\sqrt{3}$

ROZWIĄŻ NIERÓWNOŚĆ

$3x(x+1) > x^2+x+24$

$3x^2+3x > x^2+x+24$

$2x^2+2x-24 > 0$

$\Delta = 4+192 = \sqrt{196} = 14$

$x_1 = \frac{-2-14}{4} = \frac{-16}{4} = -4$

$x_2 = \frac{-2+14}{4} = \frac{12}{4} = 3$

$x \in (-\infty,-4) \cup (3,\infty)$

MAGDA LA

$-x^2-5x+14 < 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4\cdot(-1)\cdot 14$

$\Delta = 25+56$

$\Delta = 81$

$\sqrt{\Delta} = 9$

$x_1 = \frac{-(-5)-9}{2\cdot(-1)} = \frac{5-9}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$

$x_2 = \frac{-(-5)+9}{2\cdot(-1)} = \frac{5+9}{-2} = \frac{14}{-2} = -7$

$x \in (-\infty,-7) \cup (2,\infty)$

O. Antkowiak

---

1) Rozwiązanie nierówności.

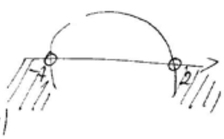
1. $-x^2-5x+14 < 0$

2. $2x^2-4x > (x+3)(x-2)$

3. $20x \geq 4x^2+24$

1. $\Delta = 25+56 = 81$ $x_1 = \frac{-4}{-2} = 2$

$\sqrt{\Delta} = 9$ $x_2 = \frac{14}{-2} = -7$



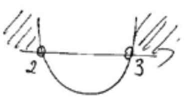
$x \in (-\infty,-7) \cup (2,\infty)$

2. $2x^2-4x > x^2-2x+3x-6$

$2x^2-5x+6 > 0$ $x_1 = \frac{4}{2} = 2$

$\Delta = 25-24 = 1$ $x_2 = \frac{6}{2} = 3$

$\sqrt{\Delta} = 1$



$x \in (-\infty,2) \cup (3,\infty)$

3. $-4x^2+20x-24 \geq 0$ $x_1 = \frac{-24}{-8} = 3$

$\Delta = 400-384 = 16$ $x_2 = \frac{-16}{-8} = 2$

$\sqrt{\Delta} = 4$

$x \in \langle 2,3\rangle$

Zadanie

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony wzorem $a_n = 16-\frac{1}{2}\cdot n$ dla każdej liczby całkowitej $n \geq 1$ ~~Rocz~~ Różnica r tego ciągu jest równa

$a_n = 16-\frac{1}{2}\cdot n$

$a_1 = 16-\frac{1}{2}\cdot 1$

$a_1 = 16-\frac{1}{2}$

$a_1 = 15\frac{1}{2}$

$a_2 = 16-\frac{1}{2}\cdot 2$

$a_2 = 16-1$

$a_2 = 15$

$r = a_2 - a_1$

$r = 15 - 15\frac{1}{2}$

$r = -\frac{1}{2}$

Zad

Wsród 100 osób przeprowadzonego ankietę w której zadano pytanie o liczbie książek przeczytanych w ostatnim roku. Wyniki ankiety zebrano w poniższej tabeli

Liczba książek	0	1	2	3	4	5
Liczba osób	23	14	28	17	11	7

$0 \cdot 23 = 0$

$1 \cdot 14 = 14$

$2 \cdot 28 = 56$

$3 \cdot 17 = 51$

$4 \cdot 11 = 44$

$5 \cdot 7 = 35$

$$X = \frac{0\cdot 23 + 1\cdot 14 + 2\cdot 28 + 3\cdot 17 + 4\cdot 11 + 5\cdot 7}{23+14+28+17+11+7} = \frac{200}{100} = \frac{2}{1} = 2$$

Zad

Szymon [illegible]

$$\frac{\sqrt[3]{216}}{-2^2} = \frac{6}{-4} = \frac{3}{-2} \; - \; A$$

Wartością wyrażenia $\frac{\sqrt[3]{216}}{-2^2}$ jest liczba $\frac{3}{-2}$

Cenę maseczki ochronnej z wymiennymi filtrami podwyższono o 40% i maseczka kosztuje obecnie 106,40 zł. Cena maseczki przed podwyżką była równa.

A. 63,84 zł B. 65,40 zł C. 76,00 zł D. 66,40 zł

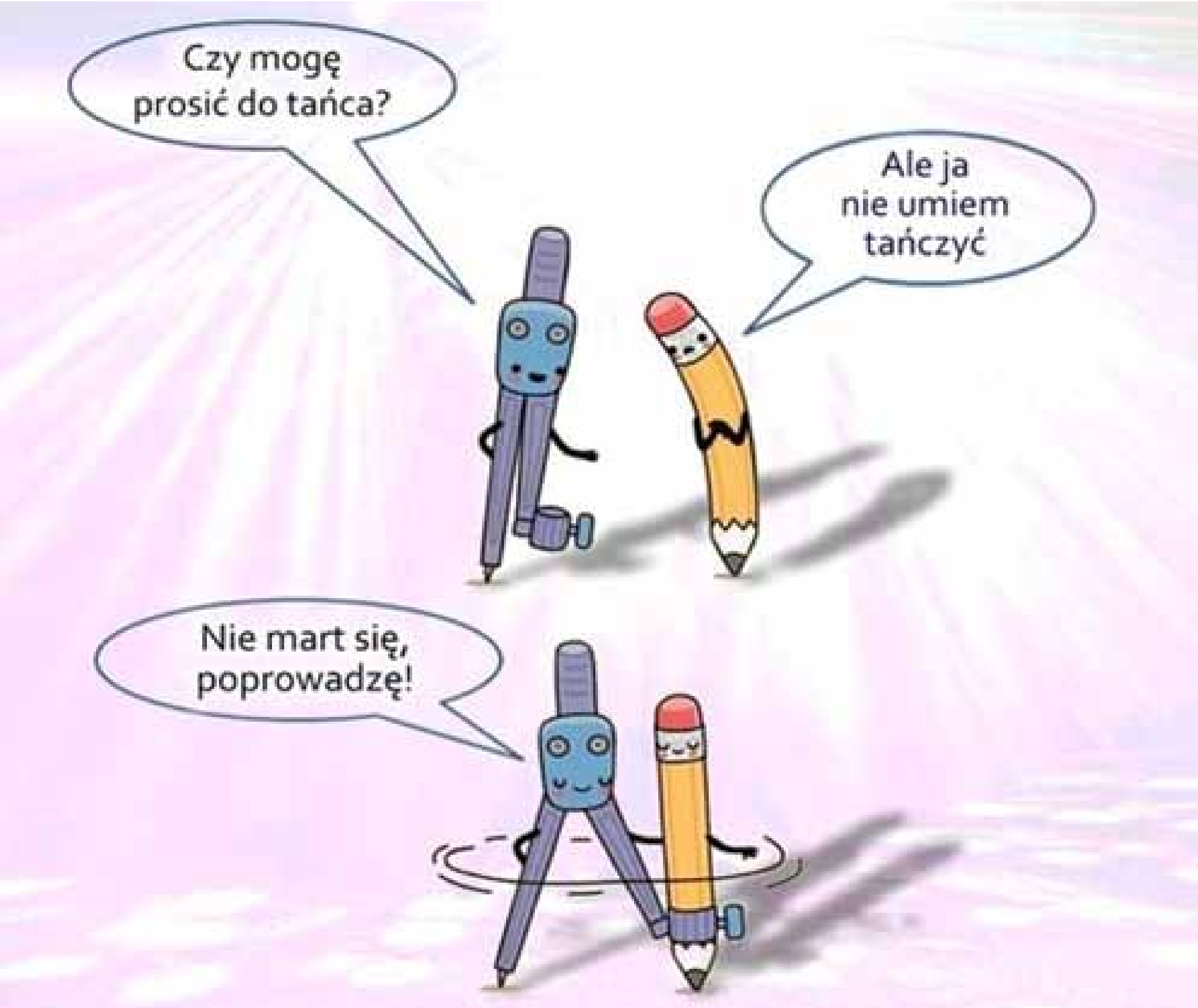
106,40 – 140 %

x – 100 %

$106{,}40 \cdot 100 = 10640$

$10640 : 140 = 76$

ODPOWIEDŹ C



źródło: http://www.tomaszgrebski.pl/

Gazetkę matematyczną opracowała nauczycielka matematyki Beata Boroń-Salamońska oraz uczniowie klas maturalnych. Skład i łamanie tekstu Dariusz Korsak.